XLII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody II stopnia

Rozwiązania zadań dla grupy elektryczno-elektronicznej

Rozwiązanie zadania 1

Przekładnia napięciowa transformatora jest równa:

$$\frac{U_{ng}}{U_{nd}} = \frac{20000}{400} = 50\,. \tag{1}$$

Ponieważ uzwojenia napięcia górnego są połączone w trójkąt, a dolnego w gwiazdę to przekładnię zwojową transformatora można obliczyć wiedząc, że napięcie przewodowe U_{np} i fazowe U_{nf} są związane zależnością:

$$U_{np} = \sqrt{3}\,U_{nf}\,, \tag{2}$$

gdzie $U_{np} = 20$ kV – znamionowe napięcie przewodowe po stronie napięcia górnego w sieci elektroenergetycznej.

$$\frac{U_{ng}}{U_{nd}} = \frac{z_{ng}}{\sqrt{3}\,z_{nd}}\,. \tag{3}$$

Znając wartości U_{ng}, U_{nd} oraz z_{nd} można obliczyć znamionową liczbę zwojów w uzwojeniach napięcia górnego:

$$z_{ng} = \frac{\sqrt{3}\,U_{ng}\,z_{nd}}{U_{nd}} = \frac{\sqrt{3}\cdot 20000\cdot 48}{400} = 4157 \text{ zwojów.} \tag{4}$$

4% liczby zwojów z_{ng} to:

$$\triangle z_{4\%} = 0,04\,z_{ng} = 0,04\cdot 4157 = 166 \text{ zwojów.} \tag{5}$$

Patronem honorowym OWT jest Minister Gospodarki.
Organizatorem OWT jest Federacja Stowarzyszeń Naukowo-Technicznych NOT.
Olimpiada jest finansowana ze środków MEN.

Całkowita liczba zwojów w uzwojeniach po stronie górnego napięcia jest zatem równa:

$$z_{gmax} = z_{ng} + \triangle z_{4\%} = 4157 + 166 = 4323 \text{ zwojów.} \tag{6}$$

Pierwszy odczep w uzwojeniach wykonano po zwoju:

$$z_{gmin} = z_{ng} - \triangle z_{4\%} = 4157 - 166 = 3991 \text{ zwojów.} \tag{7}$$

Kiedy uzwojenia po stronie napięcia górnego i dolnego są połączone w gwiazdę przekładnie zwojowa i napięciowa transformatora spełniają zależność:

$$\frac{U_{ng}}{U_{nd}} = \frac{z_{ng}}{z_{nd}}. \tag{8}$$

Zatem napięcie dolne transformatora jest równe:

$$U_{nd} = \frac{U_{ng} z_{nd}}{z_{ng}}. \tag{9}$$

Dla z_{gmax}, z_{ng}, z_{gmin} napięcie dolne transformatora będzie zatem odpowiednio równe:

$$U_{dmax} = \frac{U_{ng} z_{nd}}{z_{gmax}} = \frac{20000 \cdot 48}{4323} = 222 \text{ V.} \tag{10}$$

$$U_{nd} = \frac{U_{ng} z_{nd}}{z_{ng}} = \frac{20000 \cdot 48}{4157} = 231 \text{ V.} \tag{11}$$

$$U_{nd} = \frac{U_{ng} z_{nd}}{z_{gmin}} = \frac{20000 \cdot 48}{3991} = 241 \text{ V.} \tag{12}$$

Odp. Uzwojenia po stronie napięcia górnego mają 4323 zwojów. Odczepy wykonano na 3991 i 4157 zwoju. Przy połączeniu obu zwojeń transformatora w gwiazdę przełączanie odczepów po stronie napięcia górnego powoduje ustawienie po stronie napięcia dolnego odpowiednio 222 V, 231 V oraz 241 V.

Rozwiązanie zadania 2

Współczynniki wzmocnienia prądowego β poszczególnych tranzystorów można obliczyć z zależności:

$$\beta = \frac{I_C}{I_B}\,. \tag{1}$$

Dla tranzystorów Q_1:

$$\beta_1 = \frac{I_{C1}}{I_{B1}} = \frac{1}{0,01} = 100\,(\mathrm{A/A})\,. \tag{2}$$

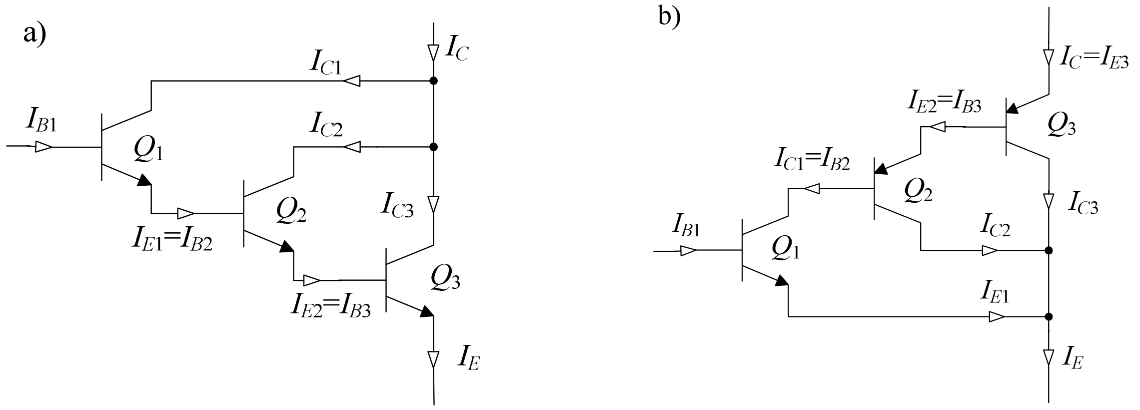
Dla tranzystorów Q_2:

$$\beta_2 = \frac{I_{C2}}{I_{B2}} = \frac{10}{0,5} = 20\,(\mathrm{A/A})\,. \tag{3}$$

Dla tranzystorów Q_3:

$$\beta_3 = \frac{I_{C3}}{I_{B3}} = \frac{100}{20} = 5\,(\mathrm{A/A})\,. \tag{4}$$

Na rys.1 przedstawiono rozpływ prądów w łącznikach.



Rys.1. Rozpływ prądów w łącznikach

Dla łącznika przedstawionego na rys.1a można napisać:

$$I_C = I_{C1} + I_{C2} + I_{C3} = I_{C1} + I_{B2}\,\beta_2 + I_{B3}\,\beta_3\,, \tag{5}$$

$$I_{C1} = I_{B1}\,\beta_1\,, \tag{6}$$

$$I_{C2} = I_{E1}\,\beta_2 = I_{B1}\left(1+\beta_1\right)\,\beta_2\,, \tag{7}$$

$$\begin{aligned} I_{C3} &= I_{B3}\,\beta_3 = I_{E2}\,\beta_3 = I_{B2}\,\left(1+\beta_2\right)\,\beta_3 = \\ &= I_{E1}\,\left(1+\beta_2\right)\,\beta_3 = I_{B1}\,\left(1+\beta_1\right)\left(1+\beta_2\right)\,\beta_3\,. \end{aligned} \tag{8}$$

Po przekształceniu zależności (5, 6, 7, 8) wypadkowy współczynnik wzmocnienia prądowego β_a tego łącznika można obliczyć ze wzoru:

$$\begin{aligned} \beta_a &= \beta_1+\beta_2+\beta_3+\beta_1\,\beta_2+\beta_2\,\beta_3+\beta_1\,\beta_3+\beta_1\,\beta_2\,\beta_3 = \\ &= 100+20+5+100\cdot 20+20\cdot 5+100\cdot 5+100\cdot 20\cdot 5 = 12725\,(\mathrm{A/A})\,. \end{aligned} \tag{9}$$

Dla łącznika przedstawionego na rys.1b można napisać:

$$I_C = I_{E3} = I_{B3}\left(\beta_3+1\right) = I_{E2}\,\left(\beta_3+1\right)\,, \tag{10}$$

$$I_{E2} = I_{B2}\,\left(1+\beta_2\right)\,, \tag{11}$$

$$I_{B2} = I_{C1} = I_{B1}\,\beta_1\,. \tag{12}$$

Po przekształceniu zależności (10, 11, 12) wypadkowy współczynnik wzmocnienia prądowego β_b tego łącznika można obliczyć ze wzoru:

$$\beta_b = \beta_1+\beta_1\,\beta_2+\beta_1\,\beta_3+\beta_1\,\beta_2\,\beta_3 = 100+100\cdot 20+100\cdot 5+100\cdot 20\cdot 5 = 12600\,(\mathrm{A/A}). \tag{13}$$

Minimalny prąd bazy potrzebny do wprowadzenia łączników na granicę stanu nasycenia można obliczyć z zależności:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta}\,. \tag{14}$$

Dla łącznika z rys.1a:

$$I_{Ba} = \frac{I_{Ca}}{\beta_a} = \frac{200}{12725} \cong 15,72\ \mathrm{mA}. \tag{15}$$

Dla łącznika z rys.1b:

$$I_{Bb} = \frac{I_{Cb}}{\beta_b} = \frac{200}{12600} \cong 15,87\ \mathrm{mA}. \tag{16}$$

Odp. Minimalny prąd bazy potrzebny do wprowadzenia łączników na granicę stanu nasycenia jest równy: dla łącznika z tranzystorami typu NPN (rys.1a) około $15,72$ mA, dla łącznika z tranzystorami NPN i PNP (rys.1b) około $15,87$ mA.

Rozwiązanie zadania 3

Liczby ujemne w systemie dwójkowym są zapisana w postaci:
znak (1 – liczba ujemna, 0 – liczba dodatnia) uzupełnienie do jedynki.
$x = 69_{10}$, $x = 01000101_2$ oraz liczba ujemna -69_{10}, 10111010_2
$y = 58_{10}$, $y = 00111010_2$ oraz liczba ujemna -58_{10}, 11000101_2

$x + y = 69 + 58 = 127$

$$\begin{array}{rrr} & 01000101 & (69) \\ + & \underline{00111010} & (58) \\ & 01111111 & (127) \end{array}$$

$x - y = 69 - 58 = 11$

$$\begin{array}{rrr} & 01000101 & (69) \\ + & \underline{11000101} & (-58) \\ (1) & 00001010 & \\ & \underline{\longrightarrow \quad +1} & \\ & 00001011 & (11) \end{array}$$

$y - x = 58 - 69 = -11$

$$\begin{array}{rrr} & 00111010 & (58) \\ + & \underline{10111010} & (-69) \\ & 11110100 & (-11) \end{array}$$

<u>Odp.</u> Wyniki poszczególnych działań wykonane w systemie dwójkowym są następujące: $x+y = 01111111$, $x - y = 00001011$, $y - x = 11110100$.

Rozwiązanie zadania z optymalizacji

Oznaczenia:

$X > 0$ – ilość półproduktu $P1$,

$Y > 0$ – ilość półproduktu $P2$.

Funkcją celu jest koszt zakupu obu półfabrykatów:

$$K = 25 \cdot X + 15 \cdot Y \, .$$

Należy znaleźć minimum tej funkcji znając ograniczenia związane z wymaganą ilością poszczególnych składników w wyprodukowanym preparacie:
dla składnika A:

$$0,7 \cdot X + 0,3 \cdot Y \geq 30\ , \tag{1}$$

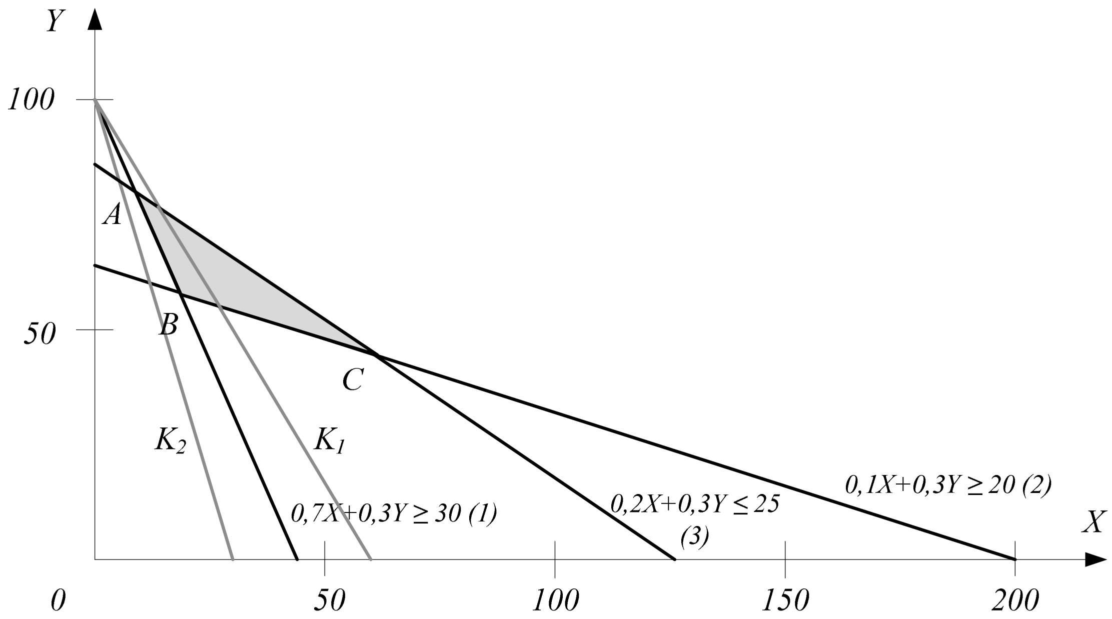
dla składnika B:

$$0,1 \cdot X + 0,3 \cdot Y \geq 20\ , \tag{2}$$

dla składnika C:

$$0,2 \cdot X + 0,3 \cdot Y \leq 25\ . \tag{3}$$

Do rozwiązania nierówności $(1 \div 3)$ można wykorzystać metodę wykreślną.



Nierówności (1), (2), (3) są spełnione we wnętrzu i na obrzeżach trójkąta ABC.

Na rysunku naniesiono również przykładową linię $K1$ opisującą funkcję celu. Punkt odpowiadający najniższym kosztom zakupu półproduktów to punkt B leżący na przecięciu linii (1) i linii (2).

$$0,7 \cdot X + 0,3 \cdot Y = 30\ , \tag{4}$$

$$0,1 \cdot X + 0,3 \cdot Y = 20\ , \tag{5}$$

stąd $X_B = 16,7$ kg i $Y_B = 61,1$ kg.

Jeżeli cena półproduktu $P1$ wzrośnie dwukrotnie funkcja celu będzie miała postać:

$$K = 50 \cdot X + 15 \cdot Y\ ,$$

i opisuje ją linia K_2. W tym wypadku punkt odpowiadający najniższym kosztom zakupu to punkt A leżący na przecięciu linii (1) i linii (3).

$$0,7 \cdot X + 0,3 \cdot Y = 30 \,, \tag{6}$$

$$0,2 \cdot X + 0,3 \cdot Y = 25 \,, \tag{7}$$

stąd $X_A = 10,0$ kg i $Y_A = 76,7$ kg.

Rozwiązanie zadania z zastosowania informatyki

Przykładowy program w języku Fortran:

```
program olimp
Real, Dimension(10)::X,Y,S
Real, Dimension(10,10)::OD,OD1
Integer, Dimension(10)::Nr,Np
call srand(0.0)
do i=1,10
   Nr(i)=i
   X(i)=rand(0.0)*100
   Y(i)=rand(0.0)*100
   ZnakX=rand(0.0)
   ZnakY=rand(0.0)
   if (ZnakX<0.5) then
      X(i)=-X(i)
   end if
   if (ZnakY<0.5) then
      Y(i)=-Y(i)
   end if
end do
Write(*,*)
Write(*,*)
Write(*,77)(Nr(i),i=1,10)
Write(*,*)'X'
Write(*,99)(X(i),i=1,10)
Write(*,*)'Y'
Write(*,99)(Y(i),i=1,10)
```

```
     do i=1,10
        do j=1,10
           OD(i,j)=sqrt((X(i)-X(j))**2+(Y(i)-Y(j))**2)
           OD1(i,j)=OD(i,j)
        end do
     end do
     do i=1,10
        S(i)=0
        do j=1,10
           S(i)=S(i)+OD(i,j)
        end do
     end do
100  L=0
     do i=1,9
        if (S(i)>S(i+1)) then
           a=S(i+1)
           N=Nr(i+1)
           S(i+1)=S(i)
           Nr(i+1)=Nr(i)
           S(i)=a
           Nr(i)=N
           L=1
        end if
     end do
     if (L==1) then
        go to 100
     end if
     write(*,*) 'Sumy odlegoŁci '
     Write(*,*)
     do i=1,10
        Write(*,88) Nr(i),S(i)
     end do
     Write(*,*)
     do i=1,10
        OD(i,i)=300
     end do
     Dr=0
     licz=Nr(1)
```

```
    do k=1,10
       Smin=300
       Np(k)=licz
       do i=1,10
          if (OD(licz,i)<Smin) then
             Smin=OD(licz,i)
             Num=i
          end if
       end do
       Dr=Dr+Smin
       do i=1,10
          OD(i,licz)=300
       end do
       licz=Num
    end do
    Write(*,*)
    write(*,*) 'Przez punkty najblisze droga wynosi :',Dr
    Write(*,77)(Np(i),i=1,10)
    Dr=0
    licz=Nr(1)
    do k=1,10
       Smax=0
       Np(k)=licz
       do i=1,10
          if (OD1(licz,i)>Smax) then
             Smax=OD1(licz,i)
             Num=i
          end if
       end do
       Dr=Dr+Smax
       do i=1,10
          OD1(i,licz)=0
       end do
       licz=Num
    end do
    Write(*,*)
    write(*,*) 'Przez punkty najdalsze droga wynosi :',Dr
    Write(*,77)(Np(i),i=1,10)
99  Format(1x,10F7.1)
88  Format(1x,I3,F7.1)
77  Format(1x,'prowadzi przez punkty:'10I3)
    end
```