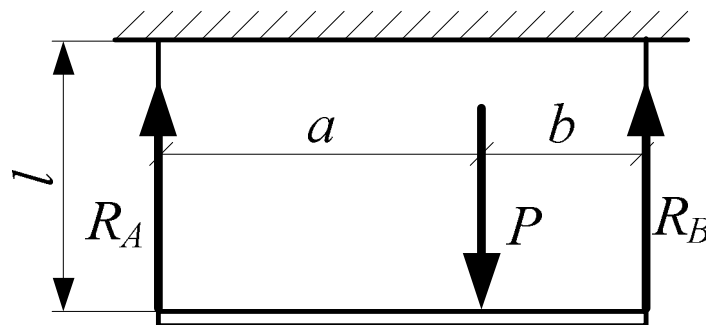


XLII OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody I stopnia

Rozwiązania zadań

Rozwiązanie zadania 16



$$\Delta l = \frac{R l}{E S}.$$

$$\sum M_{i_A} = 0 \quad \rightarrow \quad R_B (a + b) - P a = 0 \quad \rightarrow \quad R_B = \frac{P a}{a + b},$$

$$\sum M_{i_B} = 0 \quad \rightarrow \quad -R_A (a + b) + P b = 0 \quad \rightarrow \quad R_A = \frac{P b}{a + b}.$$

$$\Delta l_1 = \frac{R_A l}{E_1 S},$$

$$\Delta l_2 = \frac{R_B l}{E_2 S}.$$

Patronem honorowym OWT jest Minister Gospodarki.
Organizatorem OWT jest Federacja Stowarzyszeń Naukowo-Technicznych NOT.
Olimpiada jest finansowana ze środków MEN.

Ponieważ pręt po obciążeniu ma nadal być w pozycji poziomej to $\Delta l_1 = \Delta l_2$, zatem:

$$\frac{R_A l}{E_1 S} = \frac{R_B l}{E_2 S},$$

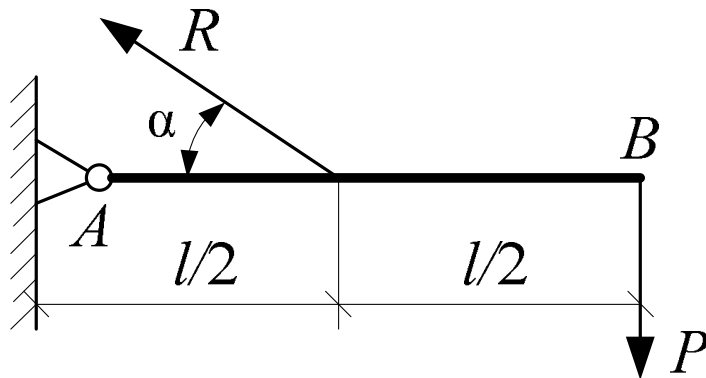
$$\frac{R_A}{E_1} = \frac{R_B}{E_2},$$

$$\frac{\frac{P b}{a+b}}{E_1} = \frac{\frac{P a}{a+b}}{E_2} \quad \rightarrow \quad E_2 = \frac{a}{b} E_1,$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{a}{b} = 2.$$

Odpowiedź: Stosunek modułów sprężystości materiałów drutów jest równy $E_2/E_1 = 2$.

Rozwiązanie zadania 17



$$\sum M_{iA} = 0 \quad \rightarrow \quad P l - R \frac{l}{2} \sin \alpha = 0,$$

$$R = \frac{2P}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3}{0,5} = 40 \cdot 10^3 \text{ N} = 40 \text{ kN}.$$

$$\sigma_r = \frac{R}{S} \leq k_r ,$$

$$S \geq \frac{R}{k_r} ,$$

$$S \geq \frac{40 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6} = 400 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 400 \text{ mm}^2 .$$

$$S = a^2 \quad \rightarrow \quad a = 20 \text{ mm} .$$

Odpowiedź: Bok przekroju kwadratowego cięгна ma wymiar 20 mm.

Rozwiązanie zadania 18

Przekrój ścinany:

$$S_t = (4 a + 8 b) g = (4 \cdot 0,06 + 8 \cdot 0,03) \cdot 0,006 = 0,00288 \text{ m}^2 .$$

Ponieważ wytrzymałość na ścinanie materiału płytki

$$R_t = \frac{F}{S_t} ,$$

to

$$F = R_t S_t = 400 \cdot 10^6 \cdot 0,00288 = 1152 \cdot 10^3 \text{ N} = 1152 \text{ kN} .$$

Napężenie w tłoczniku jakie powstaje od ściskania jest równe:

$$\sigma = \frac{F}{S_s} ,$$

gdzie

$$S_s = 4 a b + a^2 = 4 \cdot 0,06 \cdot 0,03 + 0,06^2 = 0,0108 \text{ m}^2 ,$$

$$\sigma = \frac{F}{S_s} = \frac{1152 \cdot 10^3}{0,0108} \cong 107 \text{ MPa} .$$

Odpowiedź: Siła potrzebna do wytłoczenia płytki ma wartość 1152 kN, a naprężenie w tłoczniku jakie powstaje od ściskania jest równe około 107 MPa.

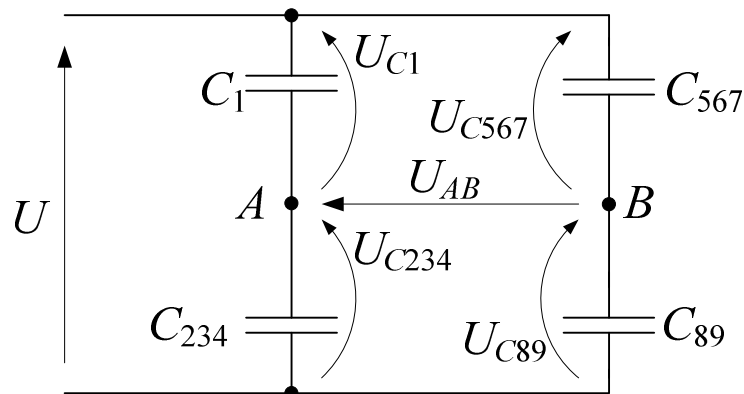
Rozwiązanie zadania 19

Układ połączeń kondensatorów jak w zadaniu można przekształcić do postaci jak na rysunku, gdzie:

$$C_{234} = \frac{(C_2 + C_3) C_4}{C_2 + C_3 + C_4} = \frac{(20 + 40) \cdot 60}{20 + 40 + 60} = 30 \text{ nF},$$

$$C_{567} = \frac{(C_5 + C_6) C_7}{C_5 + C_6 + C_7} = \frac{(20 + 40) \cdot 30}{20 + 40 + 30} = 20 \text{ nF},$$

$$C_{89} = C_8 + C_9 = 5 + 15 = 20 \text{ nF}.$$



Kondensatory C_1 i C_{234} połączone są szeregowo dlatego na każdym z nich występuje ten sam ładunek

$$Q_1 = C_1 U_{C1} = C_{234} U_{C234} = C_{1234} U,$$

$$C_{1234} = \frac{C_1 C_{234}}{C_1 + C_{234}} = \frac{60 \cdot 30}{60 + 30} = 20 \text{ nF}.$$

Ładunek na pojemności zastępczej C_{1234} jest równy:

$$Q_{1234} = C_{1234} U = 20 \cdot 10^{-9} \cdot 300 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}.$$

Napięcie U_{C234} jest zatem równe:

$$U_{C234} = \frac{Q_{1234}}{C_{234}} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{30 \cdot 10^{-9}} = 200 \text{ V}.$$

Kondensatory C_{567} i C_{89} są połączone także szeregowo zatem w każdym z nich jest zgromadzony również taki sam ładunek:

$$Q_{567} = C_{567} U_{C567} = C_{89} U_{C89} = C_{56789} U.$$

Pojemność zastępcza szeregowo połączonych kondensatorów C_{567} i C_{89} jest równa:

$$C_{56789} = \frac{C_{567} C_{89}}{C_{567} + C_{89}} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 10 \text{ nF}.$$

Ładunek na pojemności zastępczej C_{56789} ma wartość:

$$Q_{56789} = C_{56789} U = 10 \cdot 10^{-9} \cdot 300 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}.$$

Napięcie na kondensatorze C_{89} można obliczyć z zależności:

$$U_{C89} = \frac{Q_{56789}}{C_{89}} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-9}} = 150 \text{ V}.$$

Napięcia pomiędzy węzłami $A - B$ jest zatem równe:

$$U_{AB} = U_{C234} - U_{C89} = 200 - 150 = 50 \text{ V}.$$

Odpowiedź: Napięcie między węzłami $A - B$ ma wartość $U_{AB} = 50 \text{ V}$.

Rozwiązanie zadania 20

Z treści zadania wynika, że dla częstotliwości $f_0 = 1500 \text{ Hz}$ w obwodzie wystąpił rezonans napięć. Napięcia na cewce i kondensatorze są sobie równe, a częstotliwość f_0 jest częstotliwością rezonansową. Zatem można napisać:

$$U_L = U_C, \quad X_L I_{max} = X_C I_{max} \quad X_L = X_C,$$

$$2 \pi f_0 L = \frac{1}{2 \pi f_0 C}.$$

Indukcyjność dławika jest równa

$$L = \frac{1}{\left(2 \pi f_0\right)^2 C} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot 1500^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 0,002817 \text{ H} \cong 2,82 \text{ mH}.$$

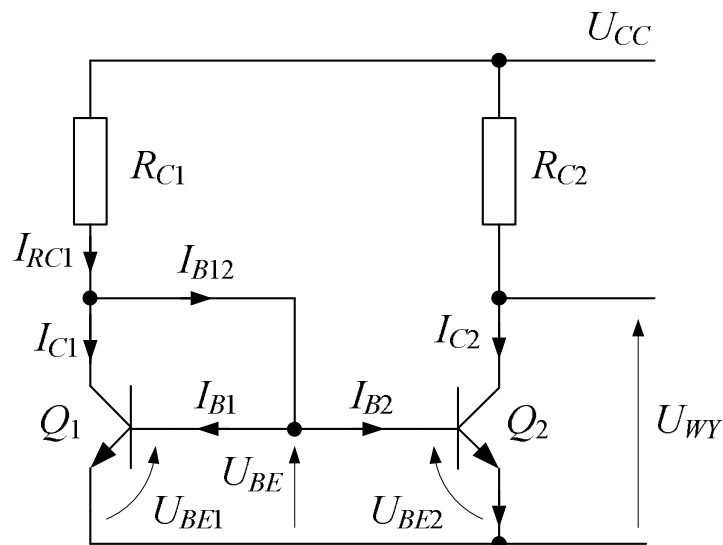
Odpowiedź: Indukcyjność cewki $L = 2,82 \text{ mH}$.

Rozwiązanie zadania 21

Przyjmując oznaczenia jak na rysunku można napisać:

$$I_{RC1} = I_{C1} + I_{B12},$$

$$I_{B12} = I_{B1} + I_{B2}.$$



Z warunków zadania wynika, że tranzystory Q_1 i Q_2 mają identyczne parametry i pracują w jednakowej temperaturze, a ponieważ złącza baza-emiter obu tranzystorów są połączone równolegle to,

$$U_{BE1} = U_{BE2} = U_{BE}.$$

Stąd wynika, że odpowiednio prądy baz i prądy kolektorów również są równe:

$$I_{B1} = I_{B2} = I_B,$$

$$I_{C1} = I_{C2} = I_C.$$

Zatem:

$$I_{B12} = 2 I_B,$$

$$I_{RC1} = I_{C1} + 2 I_B,$$

$$I_{C1} = I_C = \beta I_B.$$

Ponieważ

$$I_{RC1} = \frac{U_{CC} - U_{BE}}{R_{C1}},$$

to

$$\frac{U_{CC} - U_{BE}}{R_{C1}} = I_C + 2 I_B = I_C \left(1 + \frac{1}{\beta} \right).$$

stąd po przekształceniu można policzyć prądy kolektorów obu tranzystorów:

$$\begin{aligned} I_{C1} = I_{C2} = I_C &= \frac{U_{CC} - U_{BE}}{R_{C1}} \frac{\beta}{\beta + 2} = \\ &= \frac{9 - 0,658}{1500} \cdot \frac{200}{202} \cong 0,0055 \text{ A} = 5,55 \text{ mA}. \end{aligned}$$

Napięcie wyjściowe jest zatem równe:

$$\begin{aligned} U_{WY} &= U_{CE2} = U_{CC} - R_{C2} I_{C2} = U_{CC} - R_{C2} I_C = \\ &= 9 - 750 \cdot 0,0055 \cong 9 - 4,16 = 4,84 \text{ V}. \end{aligned}$$

Odpowiedź: Napięcie na wyjściu układu ma wartość $U_{WY} = 4,84 \text{ V}$