XL OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody II stopnia

Rozwiązania zadań dla grupy elektryczno-elektronicznej

Rozwiązanie zadania 1

Sprawność przekształtnika jest równa:

$$\eta = \frac{P_{0max}}{P_{max}} .$$

Maksymalną moc odbiornika można zatem obliczyć ze wzoru:

$$P_{0max} = \eta \, P_{max} = 0,9 \cdot 20 = 18 \text{ W}.$$

Ponieważ:

$$P_{0max} = \frac{U_{0max}^2}{R_0} ,$$

to maksymalne napięcie na zaciskach odbiornika jest równe:

$$U_{0max} = \sqrt{P_{0max} \, R_0} = \sqrt{18 \cdot 2} = 6 \text{ V}.$$

Współczynnik wypełnienia impulsów D jest podany wzorem:

$$D = \frac{t_i}{T} = \frac{U_0}{E} .$$

Ponieważ w przekształtniku z zadania

$$U_0 = D \, E ,$$

to

$$D_{max} = \frac{U_{0max}}{E} = \frac{6}{24} = 0,25 .$$

Patronem honorowym OWT jest Minister Gospodarki.
Organizatorem OWT jest Federacja Stowarzyszeń Naukowo-Technicznych NOT.
Olimpiada jest finansowana ze środków MEN.

W przekształtniku, w którym nie występują straty $\eta = 100\%$, $P_{0max} = P_{max} = 20$ W. Napięcie na zaciskach odbiornika jest równe:

$$U_{0max} = \sqrt{P_{0max}\, R_0} = \sqrt{20 \cdot 2} = 6,32 \text{ V}.$$

W tym wypadku maksymalny współczynnik wypełnienia impulsów ma wartość:

$$D_{max} = \frac{U_{0max}}{E} = \frac{6,32}{24} = 0,264 \,.$$

Odp: Maksymalny współczynnik wypełnienia impulsów $D_{max} = 25\%$. W przekształtniku bezstratnym współczynnik ten będzie większy $D_{max} = 26,4\%$, a zatem napięcie na zaciskach odbiornika będzie większe niż w przekształtniku ze stratami.

Rozwiązanie zadania 2

Moc P rezystora R można obliczyć ze wzoru:

$$P = U\, I \,,$$

gdzie $U = U_p$, a zatem

$$I = \frac{U_p}{R} \,,$$

$$P = \frac{U_p^2}{R} = \frac{440^2}{77,4} = 2501 \text{ W} \cong 2,5 \text{ kW}.$$

Moc ta jednocześnie jest mocą elektryczną prądnicy: $P = P_p$.

Moc mechaniczną na wale prądnicy określić można korzystając z charakterystyki sprawności prądnicy w funkcji jej mocy $\eta_p = f\left(P_p\right)$. Z rys.2 (z treści zadania) dla $P_p = 2,5$ kW można odczytać sprawność prądnicy $\eta_p = 80\%$.

Moc mechaniczna P_m równa jest zatem:

$$P_m = \frac{P_p}{\eta_p} = \frac{2500}{0,8} = 3125 \text{ W}.$$

Ponieważ związek między mocą mechaniczną i momentem siły określa wzór:

$$P_m = M\,\omega\,,$$

a prędkość kątowa to:

$$\omega = 2\,\pi\,n_s\,,$$

stąd moment na wale silnika równy jest:

$$M_s = \frac{P_m}{2\,\pi\,n_s} = \frac{3125 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 1450} = 20,58\ \mathrm{Nm}.$$

Poszukiwaną sprawność silnika trójfazowego η_s można obliczyć z ogólnej zależności na moc silnika trójfazowego (czyli moc mechaniczną na jego wale):

$$P_s = \sqrt{3}\,U_s\,I_s\,\eta_s\cos\varphi_s\,,$$

stąd:

$$\eta_s = \frac{P_m}{\sqrt{3}\,U_s\,I_s\cos\varphi_s} = \frac{3125}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 6,55 \cdot 0,81} = 0,8502\,.$$

Odp: Moment obrotowy M_s na wale silnika jest równy $20,6$Nm. Sprawność η_s silnika jest równa 85%.

Rozwiązanie zadania 3

Poszukiwany pozycyjny system liczbowy istnieje, jeżeli podstawa systemu, w którym zapisane są liczby w podanej w zadaniu zależności matematycznej, jest liczbą całkowitą dodatnią i większą od cyfry występujących w podanej zależności.

Poszukiwaną podstawę x można zatem obliczyć rozwiązując równanie:

$$4 \cdot x^2 + 2 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0 + 6 \cdot x^1 + 0 \cdot x^0 + 4 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0 + 6 \cdot x^0 = 5 \cdot x^2 + 6 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0\,.$$

Po uporządkowaniu

$$x^2 - 6 \cdot x - 7 = 0\,.$$

Pierwiastki tego równania: $x_1 = 7$, $x_2 = -1$.

Warunki zadania są spełnione dla $x_1 = 7$.

Odp. Pozycyjny system liczbowy, w którym zapisana jest równość istnieje, a jego podstawa to 7.

Rozwiązanie zadania z optymalizacji

Oznaczenia:

x – liczba samochodów załadowywanych w ciągu godziny rodzajem X

y – liczba samochodów załadowywanych w ciągu godziny rodzajem Y

x i y liczby całkowite, dodatnie.

Funkcja celu – zysk zakładu w ciągu godziny:

$$Z = Z1\,x + Z2\,y \qquad Z = 100 \cdot x + 50 \cdot y\,. \tag{1}$$

Ograniczenia

Wprowadzając pojęcia udziału godzinowej produkcji rodzaju $X - x/N1$ oraz $Y - y/N2$, ograniczenie związane z wydajnością produkcji można zapisać formie:

$$\frac{x}{N1} + \frac{y}{N2} \le 1 \qquad \frac{x}{10} + \frac{y}{5} \le 1\,. \tag{2}$$

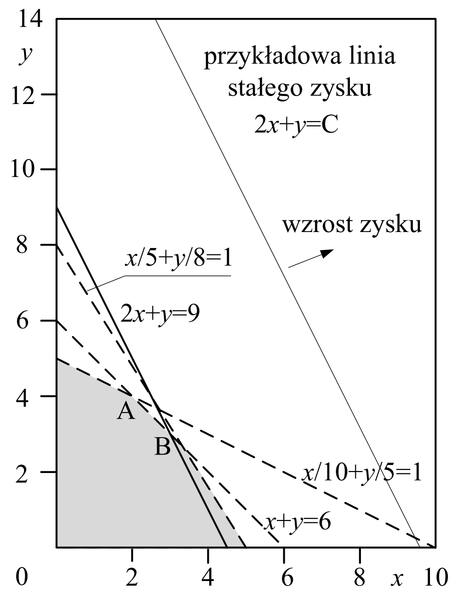
Podobnie, ograniczenie związane z wydajnością transportu można zapisać formie:

$$\frac{x}{K1} + \frac{y}{K2} \le 1 \qquad \frac{x}{5} + \frac{y}{8} \le 1\,, \tag{3}$$

i dodatkowo:

$$x + y \le K \qquad x + y \le 6\,. \tag{4}$$

Rozwiązania nierówności (2) ÷ (4) poszukujemy wykorzystując metodę wykreślną (zaciemnione pole).



Z równania (1) wynika, że linie stałego zysku to zbiór prostych $2x+y=C$, gdzie $C=Z/50$. Analizując zatem położenie tych prostych na wykresie można wywnioskować, że maksymalny zysk otrzymuje się dla produkcji odpowiadającej punktom $x=3$, $y=3$ lub $x=4$, $y=1$, dającym tę samą wielkość zysku $Z=100\cdot 3+50\cdot 3=450$ zł/h. Rozwiązaniem zależności matematycznych jest także punkt $x=5$, $y=0$, ale w tym wypadku wyeliminowany jest z rynku jeden z rozpatrywanych produktów, zatem to rozwiązanie nie jest do zaakceptowania.

Rozwiązanie zadania z zastosowania informatyki

ad 1. Punkt spełniający warunek z części „a" zadania ma współrzędne będące średnią wartością współrzędnych wszystkich punktów opisujących położenie domów:

$$x_0=\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} x_i}{N};\qquad y_0=\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} y_i}{N}.$$

Odległość domu „i" od sklepu wynosi

$$Odl_i=\sqrt{\left(x_i-x_0\right)^2+\left(y_i-y_0\right)^2}.$$

Oznaczając przez „R" promień okręgu drogi odległość od niej domu leżącego po wewnętrznej stronie okręgu wynosi:

$$R-Odl_i \qquad i=1,2,\ldots,w$$

a po zewnętrznej

$$Odl_j-R \qquad j=1,2,\ldots,z$$

Gdzie „w" i „z" to liczby domów położonych odpowiednio po wewnętrznej i zewnętrznej stronie drogi. (oczywiście $w+z=N$).

Stąd warunek z części „b" zadania:

$$\sum_{i=1}^{w}\left(R-Odl_i\right)=\sum_{j=1}^{z}\left(Odl_j-R\right),$$

z którego bezpośrednio wynika:

$$R=\frac{\sum\limits_{k=1}^{N} Odl_k}{N}.$$

ad 2. Przykładowy program w języku Fortran

```
      Program informatyka
      Real,Dimension(50):: x,y,Odl
      Real Sumax,Sumay,x0,y0,SumaOdl,R,Odlmin,Odlmax
      Integer N,k,i,b

      write(*,*)'Wprowadzic "1" jezeli dane wczytywane sa z pliku'
      Read(*,*) b
      If (b.eq.1) then
         Open (1,file='c:\dane.txt')
         Read(1,*) N
         do k=1,N
            Read(1,*) x(k),y(k)
         end do
      else
         Read(*,*) N
         do k=1,N
            Read(*,*) x(k),y(k)
         end do
      end if

!Współrzędne położenia sklepu

      do k=1,N
         Sumax=Sumax+x(k)
         Sumay=Sumay+y(k)
      end do
      x0=Sumax/N
      y0=Sumay/N

! Promień okręgu drogi

      do k=1,N
         Odl(k)=((x(k)-x0)**2+(y(k)-y0)**2)**0.5
      end do
      do k=1,N
         SumaOdl=SumaOdl+Odl(k)
      end do
      R=SumaOdl/N
```

```
!Minimalna i maksymalna odległosc domu od sklepu

      Odlmin=Odl(1)
      Odlmax=Odl(1)
      do k=2,N
         if (Odlmin.GT.Odl(k)) then
            Odlmin=Odl(k)
         end if
         if (Odlmax.LT.Odl(k)) then
            Odlmax=Odl(k)
         end if
      end do

!Wyniki

      Write(*,1) x0,y0,R
      Write(*,2) Odlmin,Odlmax
      Open (2,file='c:\wyniki.txt')
      Write(2,1) x0,y0,R
      Write(2,2) Odlmin,Odlmax
1     format('x0=',F7.3,'   y0=',F7.3'   R=',F7.3)
2     format('Odlmin=',F7.3,'   Odlmax=',F7.3)
      end
```