

XXXV OLIMPIADA WIEDZY TECHNICZNEJ

Zawody II stopnia

Rozwiązania zadań dla grupy elektryczno-elektronicznej

Rozwiązanie zadania 1

Tablica Karnaugha multipleksera

a) Tablica prawdy multipleksera

b	a	x ₃	x ₂	x ₁	x ₀	f _m
0	0	x	x	x	0	0
0	0	x	x	x	1	1
0	1	x	x	0	x	0
0	1	x	x	1	x	1
1	0	x	0	x	x	0
1	0	x	1	x	x	1
1	1	0	x	x	x	0
1	1	1	x	x	x	1

		$x_2 x_1 x_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
$ba x_3$	000	0	1	1	0	0	1	1	0
	001	0	1	1	0	0	1	1	0
	011	0	0	1	1	1	1	0	0
	010	0	0	1	1	1	1	0	0
	110	0	0	0	0	0	0	0	0
	111	1	1	1	1	1	1	1	1
	101	0	0	0	0	1	1	1	1
	100	0	0	0	0	1	1	1	1

Funkcja przełączeń multipleksera ma zatem postać:

$$f_m(x_0, x_1, x_2, x_3, a, b) = \bar{b} \cdot \bar{a} \cdot \bar{x}_2 \cdot x_0 + \bar{b} \cdot \bar{a} \cdot x_2 \cdot x_0 + \bar{b} \cdot a \cdot x_1 + b \cdot \bar{a} \cdot x_2 + \\ + b \cdot a \cdot x_3 = \bar{b} \cdot \bar{a} \cdot x_0 + \bar{b} \cdot a \cdot x_1 + b \cdot \bar{a} \cdot x_2 + b \cdot a \cdot x_3.$$

b) Tablica wartości funkcji

$$f(A, B, C, D, E) = \sum (1, 2, 5, 6, 8, 12, 17, 18, 21, 22, 24, 25, 27, 28, 29, 31),$$

n	E	D	C	B	A	f
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1
2	0	0	0	1	0	1
3	0	0	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	0
5	0	0	1	0	1	1
6	0	0	1	1	0	1
7	0	0	1	1	1	0
8	0	1	0	0	0	1
9	0	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0
11	0	1	0	1	1	0
12	0	1	1	0	0	1
13	0	1	1	0	1	0
14	0	1	1	1	0	0
15	0	1	1	1	1	0
16	1	0	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1	1
18	1	0	0	1	0	1
19	1	0	0	1	1	0
20	1	0	1	0	0	0
21	1	0	1	0	1	1
22	1	0	1	1	0	1
23	1	0	1	1	1	0
24	1	1	0	0	0	1
25	1	1	0	0	1	1
26	1	1	0	1	0	0
27	1	1	0	1	1	1
28	1	1	1	0	0	1
29	1	1	1	0	1	1
30	1	1	1	1	0	0
31	1	1	1	1	1	1

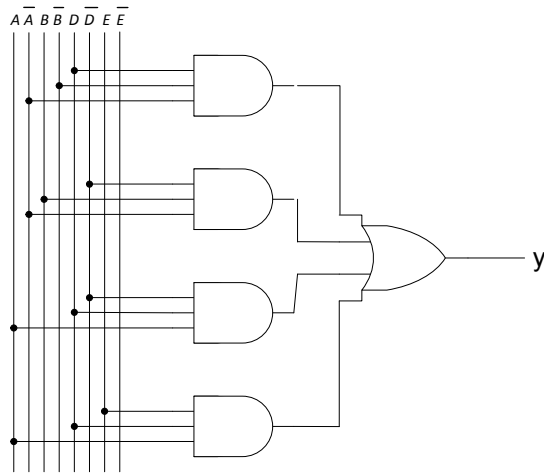
oraz tablica Karnaugh

ED \ CBA		CBA							
		000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	1	0	1	1	0	1	0
	1	1	0	0	0	0	0	0	1
11	1	1	1	1	0	0	1	1	1
	0	0	1	0	1	1	0	1	0

Funkcja przełączeń projektowanego układu ma zatem postać:

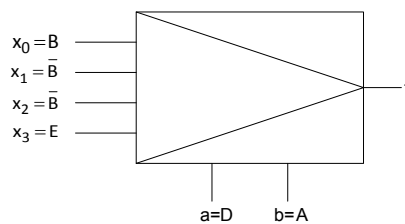
$$f(A, B, C, D, E) = D \cdot \bar{B} \cdot \bar{A} + \bar{D} \cdot B \cdot \bar{A} + \bar{D} \cdot \bar{B} \cdot A + E \cdot D \cdot \bar{A}.$$

Prosty schemat logiczny projektowanego układu przedstawiono na rys.2.



Rys.2. Schemat logiczny układu

Porównując funkcje przełączeń $f(A, B, C, D, E)$ oraz $f_m(a, b, x_0, x_1, x_2, x_3)$ można zauważyć, że po odpowiednim przyporządkowaniu wejściom danych i wejściom adresowym multipleksera sygnałów A, B, C, D, E można wygenerować na jego wyjściu zadana funkcję $f(A, B, C, D, E)$. Na rys.3. przedstawiono realizację układu generującego funkcje przełączeń $f(A, B, C, D, E)$ z multiplekserem.



Rys.3. Przyporządkowanie sygnałów A, B, C, D, E wejściom układu multipleksera umożliwiające realizację zadanej funkcji $f(A, B, C, D, E)$

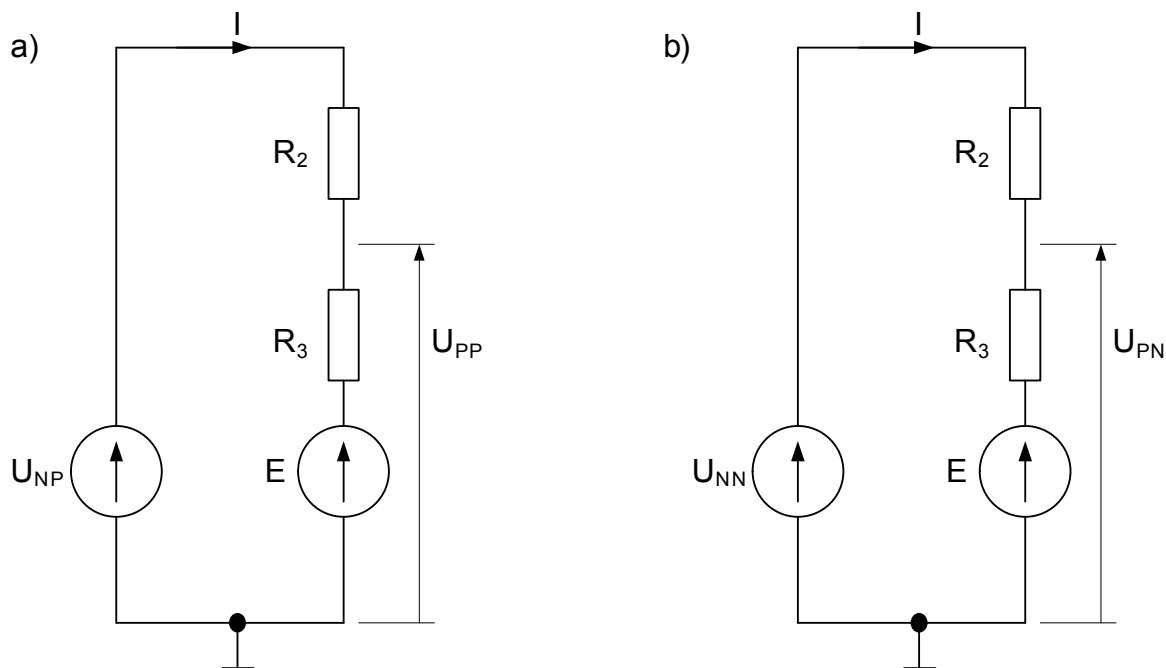
Rozwiązanie zadania 2

Ad.a) Wzmacniacz operacyjny W_1 pracuje w układzie przerzutnika Schmitta. Drugi stopień ze wzmacniaczem W_2 to klasyczny komparator. Wzmacniacz W_1 pracuje dwustanowo i jego napięcie wyjściowe $u_1(t)$ jest falą prostokątną dwubiegunową o maksymalnej wartości dodatniej U_{NP} i ujemnej U_{NN} , przy czym napięcia U_{NP} i U_{NN} to napięcia nasycenia wzmacniacza operacyjnego.

W drugim stopniu wzmacniacz W_2 pracuje w stanie aktywnym. Napięcie wyjściowe $u_1(t)$ komparatora, w zależności od punktu pracy diody Zenera, ma wartość U_{Z0} lub U_{D0} . Jeżeli

chwilowa wartość napięcia $u_1(t)$ jest dodatnia to napięcie $u_0(t) = U_{Z0} = 7 \text{ V}$, kiedy ujemna $u_0(t) = U_{D0} = 1 \text{ V}$. Napięcie wyjściowe $u_0(t)$ jest zatem także falą prostokątną.

W celu wyznaczenia poziomów napięć przełączających w komparatorze Schmitta należy posłużyć się obwodami przedstawionymi na rys.1.1.



Rys.1.1. Schematy zastępcze przerzutnika Schmitta umożliwiające wyznaczenie poziomów porównania
a) U_{PP} dla dodatniego U_{NP} napięcia nasycenia wzmacniacza
b) U_{PN} dla ujemnego U_{NN} napięcia nasycenia wzmacniacza

Dla obwodu przedstawionego na rys.1.1.a wyznacza się napięcie porównania U_{PP}

$$U_{PP} = \frac{U_{NP} - E}{R_2 + R_3} R_3 + E, \quad (1)$$

$$U_{PP} = \frac{15 - 3}{50 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3} \cdot 10 \cdot 10^3 + 3 = 5 \text{ V}.$$

Dla obwodu przedstawionego na rys.1.1.b wyznacza się napięcie porównania U_{PN}

$$U_{PN} = \frac{U_{NN} - E}{R_2 + R_3} R_3 + E, \quad (2)$$

$$U_{PP} = \frac{-15 - 3}{50 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3} \cdot 10 \cdot 10^3 + 3 = 0 \text{ V.}$$

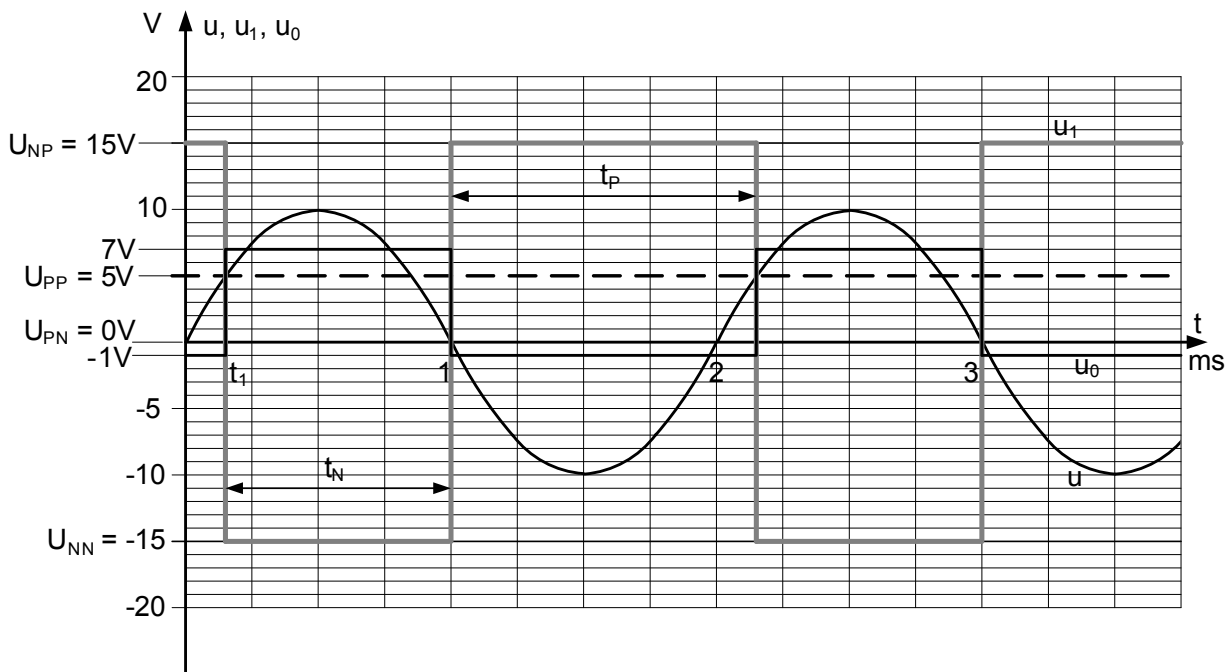
Na rys.1.2 zaznaczono linią przerywaną obliczone poziomy komparacji. Kiedy napięcie wyjściowe przerzutnika jest dodatnie (U_{NP}) przełączenie następuje w chwili, w której chwilowa wartość sygnału sterującego jest równa napięciu U_{PP} . Kiedy napięcie wyjściowe przerzutnika jest ujemne (U_{NN}) przełączenie następuje w chwili, w której chwilowa wartość sygnału sterującego jest równa napięciu U_{PN} . Kiedy napięcie wyjściowe przerzutnika jest dodatnie (U_{NP}) przełączenie następuje w chwili, w której sygnał sterujący jest równy napięciu U_{PP} .

Częstotliwość przełączeń jest równa częstotliwości przebiegu sterującego

$$f = \frac{1000 \pi}{2 \pi} = 500 \text{ Hz.}$$

Okres przebiegów:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{500} = 0,002 \text{ s} = 2 \text{ ms.}$$

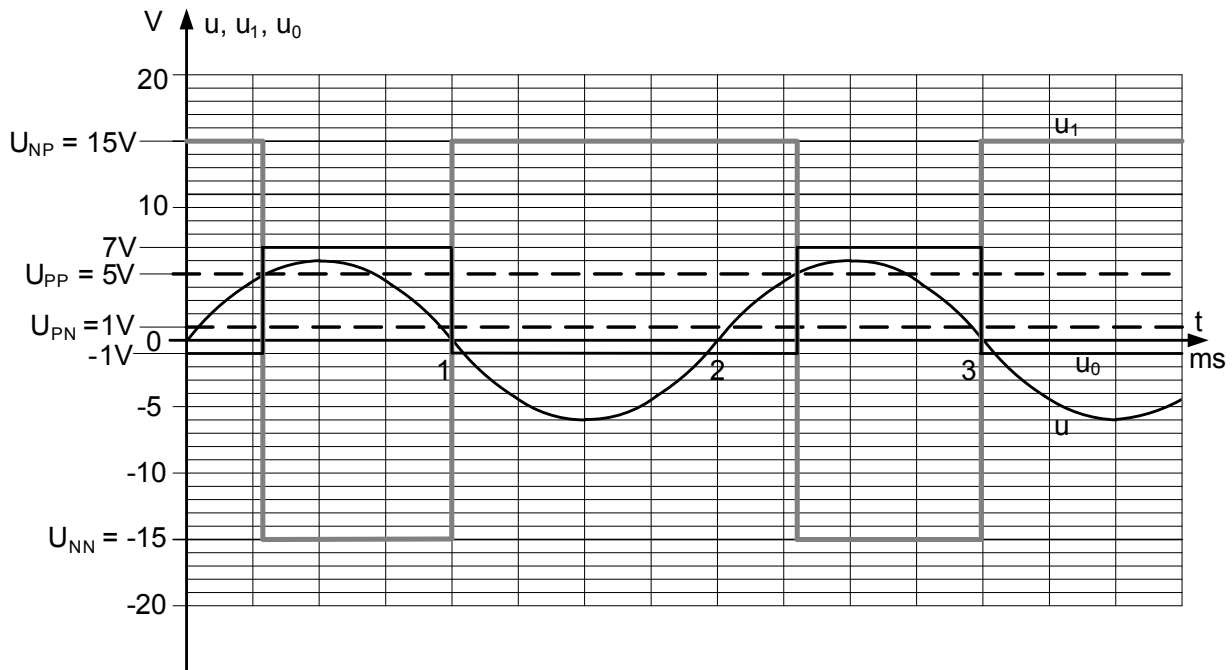


Rys.1.2. Przebiegi napięć $u(t)$, $u_1(t)$ i $u_0(t)$, poziomy komparacji U_{PP} , U_{PN} i chwile czasowe t_1 oraz t_2 , w których układ przełącza

Ad.b) Ponieważ napięcia nasycenia wzmacniacza W_1 są symetryczne $U_{NP} = -U_{NN} = U_N = 15V$ to niezależnie od kierunku polaryzacji diody Zenera ($U_D > 0$ lub $U_D < 0$) prądy diody, przy polaryzacji w kierunku przewodzenia I_F i przy polaryzacji wstecznej I_Z są sobie równe, są przeciwnie skierowane i mają wartość:

$$I_F = I_Z = \frac{U_N}{R} = \frac{15}{10 \cdot 10^3} = 5 \text{ mA}.$$

Ad.c) Po zmianie amplitudy przebiegu sterującego $u(t)$ zwiększy się współczynnik wypełnienia impulsów. Przebiegi przedstawiono na rys.1.3.



Rys.1.3. Przebiegi napięć $u(t)$, $u_1(t)$ i $u_0(t)$ po zmianie amplitudy sygnału sterującego

Ad.d) Zakładając, że maksymalny poziom dodatniego napięcia komparacji jest równy amplitudzie przebiegu sterującego $U_{PP} = 10 \text{ V}$ z zależności (1) można wyznaczyć maksymalną wartość E_{max} dodatkowego stałego napięcia polaryzacji:

$$E_{max} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} U_{PP} - \frac{R_3}{R_2} U_{NP} = 9 \text{ V}.$$

przy której progi komparacji będą odpowiednio równe $U_{PP} = 10 \text{ V}$ oraz $U_{PN} = 5 \text{ V}$.

Podobnie z zależności (2) można wyznaczyć minimalną wartość E_{min} dodatkowego stałego napięcia polaryzacji:

$$E_{min} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} U_{PN} - \frac{R_3}{R_2} U_{NN} = -9 \text{ V}.$$

przy której progi komparacji będą odpowiednio równe $U_{PP} = -5 \text{ V}$ oraz $U_{PN} = -10 \text{ V}$.

Ad.e) Do obliczenia wartości średniej całokresowej $U_{(AV)0}$ i wartości skutecznej U_0 przebiegu napięcia $u_0(t)$ należy obliczyć czasy trwania poszczególnych stanów nasycenia wzmacniacza W_1 .

Z rys.1.2. wynika, że czas t_1 po którym następuje przełączenie można wyznaczyć z zależności:

$$U_{PP} = 10 \sin \alpha = 10 \sin \left(1000 \pi t_1 \right).$$

Po podstawieniu $U_{PP} = 5 \text{ V}$

$$\sin \alpha = 0.5 ,$$

$$\alpha = 1000 \pi t_1 = \frac{\pi}{6} ,$$

$$t_1 = \frac{1}{6000} \text{ s} = 0,17 \text{ ms}.$$

Zatem czasy trwania stanów nasycenia wzmacniacza W_1 są równe (rys.1.2):

$$t_N = \frac{T}{2} - t_1 = 1 - 0,17 = 0,83 \text{ ms},$$

$$t_P = \frac{T}{2} + t_1 = 1 + 0,17 = 1,17 \text{ ms}.$$

Wartość średnia całokresowa jest równa:

$$U_{(AV)0} = \frac{1}{T} \left(U_{Z0} t_N - U_{F0} t_P \right) = 7 \cdot \frac{0,83}{2} - 1 \cdot \frac{1,17}{2} = 2,32 \text{ V}.$$

Wartość skuteczną U_0 można obliczyć z zależności:

$$U_0^2 = \frac{1}{T} \left(U_{Z0}^2 t_N + U_{F0}^2 t_P \right) = 7^2 \cdot \frac{0,83}{2} + 1^2 \cdot \frac{1,17}{2} = 20,92 \text{ V}^2.$$

Zatem

$$U_0 = 4,57 \text{ V}.$$

Rozwiązanie zadania 3

Ad.a. Moc czynna pobierana przez silnik z sieci zasilającej

$$P = S_n \cos \varphi_N = 4000 \cdot 0,6 = 2400 \text{ W}.$$

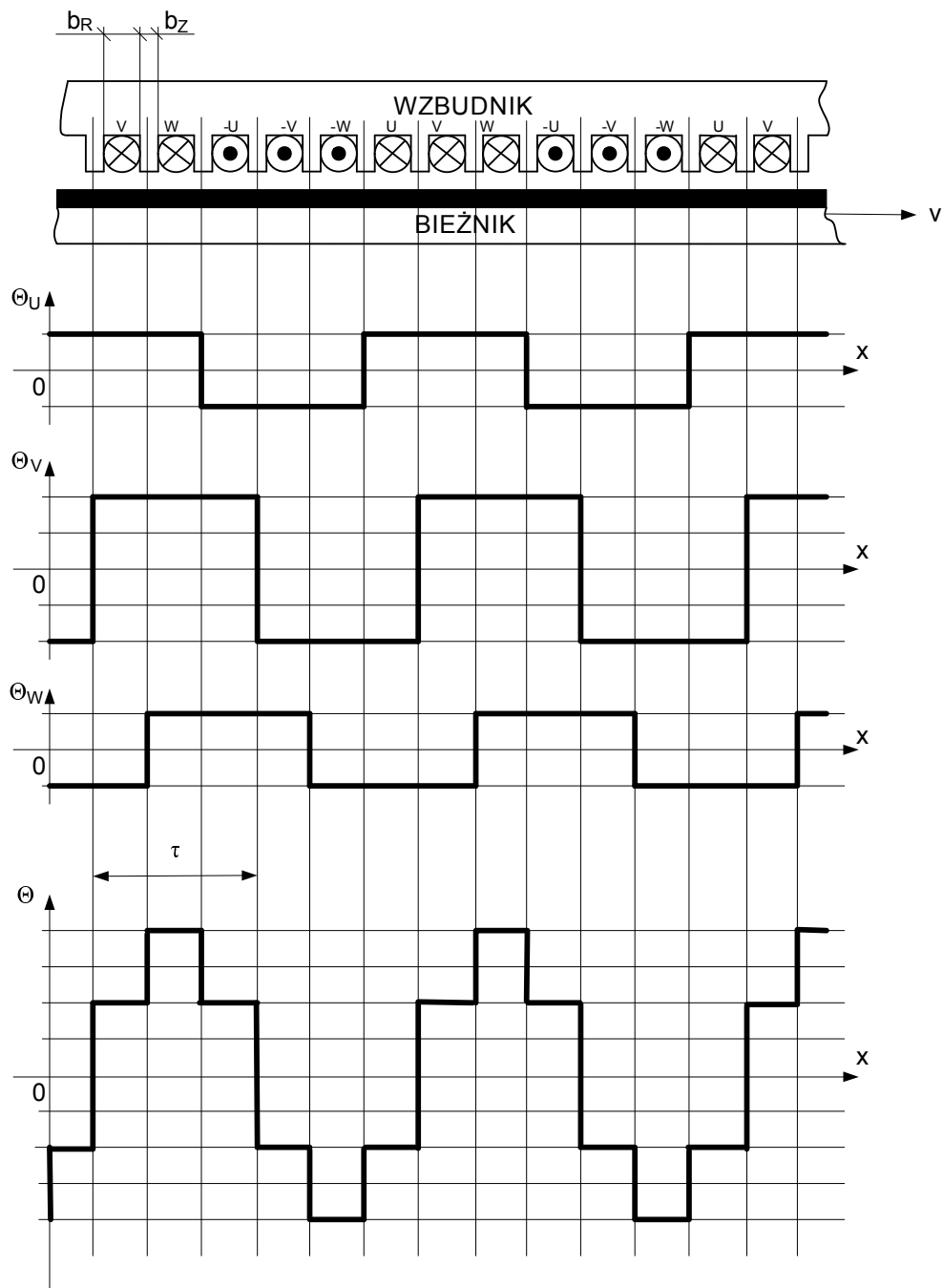
Moc znamionowa

$$P_n = P \eta = 2400 \cdot 0,525 = 1260 \text{ W}.$$

Prąd znamionowy

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_p} = \frac{4000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 5,8 \text{ A}.$$

Ad.b.



Rys.1.1. Przebieg przepływu wypadkowego Θ w silniku dla wybranej w zadaniu chwili czasowej i podziałka biegunowa silnika τ

Punkty przecięcia wykresu przebiegu przepływu wypadkowego Θ z osią x wyznaczają po-

działkę biegunową τ uzwojenia:

$$\tau = 3 \left(b_R + b_Z \right) = 3 \cdot (20 + 10) = 90 \text{ mm} = 0,09 \text{ m}.$$

Ad.c. Prędkość synchroniczną pola wędrującego można wyznaczyć przyrównując do zera argument funkcji opisanej zależnością (1) z treści zadania.

$$\omega t = 2 \pi f t = \frac{\pi}{\tau} x .$$

Po przekształceniu

$$v_s = \frac{x}{t} = 2 f \tau = 2 \cdot 50 \cdot 0,09 = 9 \text{ m/s}.$$

Ad.d. Podstawiając do wzoru Klossa (2 z treści zadania) znamionową siłę ciągu oraz poślizg znamionowy

$$\frac{F_n}{F_K} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_K} + \frac{s_K}{s_n}} = \frac{200}{400} = \frac{2}{\frac{0,3}{s_K} + \frac{s_K}{0,3}}$$

z równania kwadratowego

$$s_K^2 - 1,2 s_K + 0,09 = 0$$

oblicza się poślizg krytyczny $\left(s_K > s_n \right)$

$$s_K = 1,12 .$$

Siła rozruchowa, kiedy $s_R = 1$ jest zatem równa:

$$F_R = F_K \frac{2}{\frac{s_n}{s_K} + \frac{s_K}{s_n}} = 400 \frac{2}{\frac{1}{1,12} + \frac{1,12}{1}} = 397 \text{ N}.$$

Rozwiązanie zadania z optymalizacji

Zadanie to można sprowadzić do zagadnienia programowania liniowego jeżeli przyjąć, że każdy z zakładów składa się z dwu oddziałów, z których pierwszy Z_i^1 produkuje w ramach podanych limitów za niższą cenę, a w razie konieczności (wyczerpania limitu) produkcję rozpoczyna drugi oddział Z_i^2 . Przy takich założeniach zadanie rozwiązuje się „standardowo” tzn. tworzy się tabelę ujmującą łącznie koszty transportu i produkcji:

Tablica 1

	H_1	H_2	H_3
Z_1^1	33	35	32
Z_1^2	36	38	35
Z_2^1	36	37	35
Z_2^2	39	40	38
Z_3^1	35	34	32
Z_3^2	38	37	35

oraz tablicę „roboczą”

Tablica 2

	H_1	H_2	H_3	produkcja maksymalna
Z_1^1	X_{11}^1	X_{12}^1	X_{13}^1	70
Z_1^2	X_{11}^2	X_{12}^2	X_{13}^2	
Z_2^1	X_{21}^1	X_{22}^1	X_{23}^1	50
Z_2^2	X_{21}^2	X_{22}^2	X_{23}^2	
Z_3^1	X_{31}^1	X_{32}^1	X_{33}^1	80
Z_3^2	X_{31}^2	X_{32}^2	X_{33}^2	
dostawa	100	120	90	

Wartości X_{ij} (czyli ilości podzespołów produkowana w oddziałach zakładów Z_i^j i dostarczane do hurtowni H_k) dobierane będą w ten sposób aby w kolejności wybierać warianty o najniższym koszcie $K \left(F_i^k, Z_j \right)$ (wykorzystać Tabelę 1) oraz żeby spełnione były nierówności:

$$X_{11}^1 + X_{12}^1 + X_{13}^1 \leq 70$$

$$X_{21}^1 + X_{22}^1 + X_{23}^1 \leq 50$$

$$X_{31}^1 + X_{32}^1 + X_{33}^1 \leq 80$$

i równania:

$$X_{11}^1 + X_{11}^2 + X_{21}^1 + X_{21}^2 + X_{31}^1 + X_{31}^2 = 100$$

$$X_{12}^1 + X_{12}^2 + X_{22}^1 + X_{22}^2 + X_{32}^1 + X_{32}^2 = 120$$

$$X_{13}^1 + X_{13}^2 + X_{23}^1 + X_{23}^2 + X_{33}^1 + X_{33}^2 = 90$$

Funkcja celu wynosi:

$$\text{Koszt} = \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 K \left(Z_i^k H_j \right) \cdot X_{ij}^k.$$

Tablica 3a

	H_1	H_2	H_3	produkcja
Z_1^1	$x^{(1)}$	$x^{(1)}$	$70^{(1)}$	≤ 70
Z_1^2	$100^{(4)}$	$x^{(5)}$	$x^{(2)}$	
Z_2^1	$x^{(4)}$	$50^{(5)}$	$x^{(2)}$	≤ 50
Z_2^2	$x^{(4)}$	$x^{(5)}$	$x^{(2)}$	
Z_3^1	$x^{(3)}$	$60^{(3)}$	$20^{(2)}$	≤ 80
Z_3^2	$x^{(4)}$	$10^{(6)}$	$x^{(2)}$	
dostawa	100	120	90	

W Tabeli 3 zaznaczono kolejne kroki znakiem (i) oraz zaznaczono kolejne wyeliminowane komórki znakiem $x^{(i)}$.

Koszty

$$\text{Koszt} = 32 \cdot 70 + 32 \cdot 20 + 34 \cdot 60 + 36 \cdot 100 + 37 \cdot 50 + 37 \cdot 10 = 10740 \text{ zł.}$$

Druga możliwość
 Tablica 3b

	H_1	H_2	H_3	produkcja
Z_1^1	60 ⁽³⁾	$x^{(3)}$	10 ⁽²⁾	≤ 70
Z_1^2	40 ⁽⁴⁾	$x^{(6)}$	$x^{(2)}$	
Z_2^1	$x^{(4)}$	50 ⁽⁵⁾	$x^{(2)}$	≤ 50
Z_2^2	$x^{(4)}$	$x^{(6)}$	$x^{(2)}$	
Z_3^1	$x^{(1)}$	$x^{(1)}$	80 ⁽¹⁾	≤ 80
Z_3^2	$x^{(4)}$	70 ⁽⁶⁾	$x^{(2)}$	
dostawa	100	120	90	

Koszty

$$\text{Koszt} = 33 \cdot 60 + 32 \cdot 10 + 36 \cdot 40 + 37 \cdot 50 + 32 \cdot 80 + 37 \cdot 70 = 10740 \text{ zł.}$$

Obie możliwości prowadzą do tych samych minimalnych kosztów 10740 zł.

Rozwiązanie zadania z zastosowania informatyki

Przykład programu (język C)

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#define ws 57.3
double a,b,c,alfa,beta,gama,F,p,Rop,Rwp;
int nr;
int zadanie_nr();
void trzy_boki();
void dwa_boki();
void jeden_bok();
void promienie();
void wydruk();
void exit();

void main()
{
    nr=zadanie_nr();
    switch (nr)
    {
        case 1:
            trzy_boki();
            break;
        case 2:
            dwa_boki();
            break;
        case 3:
            jeden_bok();
            break;
        default:
            {
                printf("Nie istnieje taka mozliwosc\n\n");
                exit(0);
            }
    }
    promienie();
    wydruk();
}
```

```

int zadanie_nr()
{
    printf("Program trojkat\n\n");
    printf("zbior danych zawiera:\n");
    printf("Zadanie 1: trzy boki\n");
    printf("Zadanie 2: dwa boki i kat zawarty\n");
    printf("Zadanie 3: dwa katy i bok zawarty\n");
    printf("Prosze wybrac nr zadania\n");
    scanf("%d",&nr);
return nr;
}

void trzy_boki()
{
    printf("Podaj wartosci a, b, c\n");
    scanf("%lf%lf%lf",&a,&b,&c);
    if((a+b>c)&&(a+c>b)&&(b+c>a))
    {
        p=0.5*(a+b+c);
        F=sqrt(p*(p-a)*(p-b)*(p-c));
        alfa=ws*asin(2*F/b/c);
        beta=ws*asin(2*F/a/c);
        gama=ws*asin(2*F/a/b);
    }
    else
    {
        printf("To nie jest trojkat\n\n");
        exit(0);
    }
}

void dwa_boki()
{
    double rgama;
    printf("Podaj dlugosci bokow a i b\n");
    scanf("%lf%lf",&a,&b);
    printf("Podaj w stopniach kat gama\n");
    scanf("%lf",&gama);
    rgama=gama/ws;
    c=sqrt(a*a+b*b-2*a*b*cos(rgama));
    F=0.5*a*b*sin(rgama);
    alfa=ws*asin(a*sin(rgama)/c);
    beta=ws*asin(b*sin(rgama)/c);
}

```



```

void jeden_bok()
{
    double ralfa,rbeta,rgama;
    printf("Podaj dugosc boku a\n");
    scanf("%lf",&a);
    printf("Podaj w stopniach katy beta i gama\n");
    scanf("%lf%lf",&beta,&gama);
    if (beta+gama>180)
    {
        printf("Suma katow musi byc mniejsza od 180 stopni\n\n");
        exit(0);
    }
    rbeta=beta/ws;
    rgama=gama/ws;
    alfa=180-beta-gama;
    ralfa=alfa/ws;
    b=a*sin(rbeta)/sin(ralfa);
    c=a*sin(rgama)/sin(ralfa);
    F=0.5*a*b*sin(rgama);
}

void promienie()
{
    p=0.5*(a+b+c);
    Rwp=F/p;
    Rop=0.5*c/sin(gama/ws);
}

void wydruk()
{
    printf("\n\nDlugosci bokow \n");
    printf("a=%6.2lf    b=%6.2lf    c=%6.2lf\n",a,b,c );
    printf("Katy trojkata \n");
    printf("alfa=%5.2lf    beta=%5.2lf    gama=%5.2lf \n",alfa,beta,gama);
    printf("Powierzchnia \n");
    printf("F=%5.2lf \n",F);
    printf("Promien kola wpisanego\n");
    printf("Rwp%5.2lf \n",Rwp);
    printf("Promien kola opisanego\n");
    printf("Rop=%5.2lf \n",Rop);
}

```