

Politechnika Gdańska
Wydział Elektrotechniki i Automatyki
Katedra Automatyki

Teoria liniowych układów sterowania

Synteza klasycznego systemu sterowania: dobór i strojenie
regulatorów klasycznych (PID)

Materiały pomocnicze do ćwiczeń laboratoryjnych
- zajęcia nr 6

Opracowanie:

Kazimierz Duzinkiewicz, dr inż.

Robert Piotrowski, dr inż.

Marcin Drewa, mgr inż.

Jarosław Głowacki, mgr inż.

Zespół Inteligentnych Systemów Wspomagania Decyzji i Sterowania

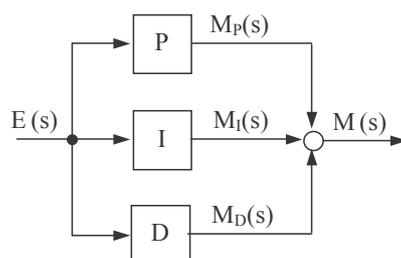
Gdańsk, marzec 2007

1. Wprowadzenie

Wymagania stawiane projektowanemu układowi sterowania, związane ze stabilnością, z właściwymi parametrami dokładności statycznej i dynamicznej itd., można spełnić włączając do układów dodatkowe człony pomocnicze, np. **regulatory**.

Regulatory – człony korekcyjne, w których możliwe jest nastawienie jednego lub kilku parametrów. Głównym zadaniem regulatora jest wytwarzanie sygnału sterującego obiektem regulacji w sposób zapewniający jego zachowanie zgodnie z przyjętymi wymaganiami.

Ogólna zasada działania regulatorów została przedstawiona na rys. 1.



Rys. 1. Schemat blokowy regulatora

Sygnał wyjściowy z regulatora jest postaci:

$$M(s) = M_P(s) + M_I(s) + M_D(s) \quad (1)$$

gdzie:

$M_P(s)$ – składowa proporcjonalna do uchybu regulacji wytwarzana przez blok P,
 $M_I(s)$ – składowa całkująca (całka z uchybu regulacji) wytwarzana przez blok I,
 $M_D(s)$ – składowa różniczkująca (pochodna z uchybu regulacji) wytwarzana przez blok B.

Ze względu na udział poszczególnych składowych w sygnale generowanym przez regulator, praktyczne zastosowanie znalazły następujące rodzaje regulatorów:

- proporcjonalny P,
- proporcjonalno - całkujący PI,
- proporcjonalno - różniczkujący PD,
- proporcjonalno – całkująco - różniczkujący PID.

Regulator całkujący I nie znalazł zastosowania, ponieważ jego obecność w układzie regulacji pogarsza właściwości dynamiczne tego układu.

Regulator różniczkujący D nie jest stosowany, ponieważ jego obecność w układzie regulacji ogranicza się tylko do przebiegów przejściowych.

2. Podstawowe własności regulatorów

Podstawowe własności typowych regulatorów stosowanych w praktyce zostały przedstawione w tabeli 1.

Tabela 1. Podstawowe własności typowych regulatorów

Rodzaj regulatora	Własności regulatora
P	Zmniejszenie uchybu regulacji w stanie ustalonym na skokowy sygnał sterujący lub zakłócający. Skrócenie czasu regulacji.
PI	Likwidacja uchybu regulacji w stanie ustalonym na skokowy sygnał sterujący lub zakłócający. Wydłużenie czasu regulacji. Malejący moduł w funkcji częstotliwości. Wprowadzenie ujemnego przesunięcia fazowego. Zapewnienie dobrej regulacji tylko dla zakłóceń o małych częstotliwościach.
PD	Zmniejszenie uchybu regulacji w stanie ustalonym na skokowy sygnał sterujący lub zakłócający. Skrócenie czasu regulacji. Rosnący moduł w funkcji częstotliwości. Wprowadzenie dodatniego przesunięcia fazowego dla większych częstotliwości. Zapewnienie szerszego pasma regulacji niż regulator PI, ale z gorszą jakością regulacji dla małych częstotliwości. Możliwe spowodowanie efektu nasycenia w urządzeniu wykonawczym.
PID	Likwidacja uchybu regulacji w stanie ustalonym na skokowy sygnał sterujący lub zakłócający. Skrócenie czasu regulacji.

3. Wybór regulatora i jego nastaw

W praktyce często zachodzi konieczność wyboru regulatora oraz jego nastaw, dla danego obiektu regulacji, zakłóceń i wymagań układu regulacji.

a). Metoda bezpośrednia

Wybierając regulator i jego nastawy można to zrobić bezpośrednio na obiekcie regulacji.

Sposób postępowania jest następujący:

- Wyłącza się całkujące i różniczkujące działanie regulatora (tzn. nastawia się maksymalną wartość stałej czasowej całkowania T_i i minimalną wartość stałej czasowej różniczkowania T_d).
- Nastawia się szeroki zakres proporcjonalności X_p , np. $X_p = 200$.
- Układ regulacji włącza się na działanie automatyczne.
- Stopniowo zmienia się wartość zadaną lub wprowadza się zakłócenie obciążenia i obserwuje się odpowiedź układu regulacji. Wzmocnienie układu regulacji jest małe więc odpowiedź układu regulacji będzie powolna.
- Dwukrotnie zmniejsza się zakres proporcjonalności X_p (czyli dwukrotnie zwiększa się wartość współczynnika wzmocnienia k_p) i analogicznie jak w poprzednim punkcie, zakłóca się przebieg procesu regulacji.
- Czynności z poprzedniego punktu powtarza się do chwili, gdy układ regulacji stanie się niedotłumiony i wystąpią oscylacje. Tym samym zostanie określona wartość krytycznego współczynnika wzmocnienia k_{kr} .
- W regulatorze nastawia się zakres proporcjonalności równy dwukrotnej wartości krytycznego współczynnika wzmocnienia $X_p = 2 k_{kr}$.
- Stopniowo (dwukrotnie) zmniejsza się wartość stałej czasowej całkowania T_i , wprowadzając zakłócenie, analogicznie jak wcześniej.

- Znajduje się wartość okresu oscylacji t_{osc} , dla której układ regulacji jest niedotłumiony.
- W regulatorze nastawia się wartość stałej czasowej całkowania $T_i = 2t_{osc}$.
- Stopniowo zwiększa się wartość stałej czasowej różniczkowania T_d , aż do chwili znalezienia wartości $T_{d,max}$, przy której zakłócenia będą powodowały widoczną zmianę sygnału wyjściowego regulatora. W niektórych regulatorach sygnał zmiany wartości zadanej nie przechodzi przez część różniczkującą. W tym przypadku układ regulacji można zakłócać tylko zakłóceniami ładowania.
- W regulatorze nastawia się wartość stałej czasowej różniczkowania $T_d = 0,5T_{d,max}$.
- Stopniowo (o 10%) zmniejsza się zakres proporcjonalności X_p , za każdym razem sprawdzając, czy spełnione są przyjęte warunki związane z przeregulowaniem i tłumieniem.

Metoda bezpośrednia najczęściej nie sprawdza się dla układów regulacji stabilnych warunkowo. Układy te są stabilne, dla wartości k_p większego od pewnej wartości minimalnej i mniejszego od pewnej wartości maksymalnej. Dla innych wartości tego współczynnika układy regulacji są niestabilne.

b). Metoda oparta o charakterystyki częstotliwościowe

Dokonując wyboru regulatora i jego nastaw możemy wykorzystać charakterystyki częstotliwościowe. Dzięki temu możemy określić przede wszystkim: zapas stabilności, czas regulacji (oceniany w oparciu o pulsację przecięcia), przeregulowanie (oceniane w oparciu o zapas fazy).

Sposób postępowania jest następujący:

- Wykreśla się charakterystyki częstotliwościowe obiektu.
- Wyznacza się minimalną wartość wzmocnienia $k_{p,min}$, ze względu na przyjętą wartość uchybu ustalonego.
- Wyznacza się minimalne wartości zapasu modułu i fazy, ze względu na przyjętą wartość przeregulowania oraz obszar zabroniony dla charakterystyki częstotliwościowej otwartego układu regulacji.
- Wyznacza się minimalną wartość pulsacji przecięcia (powyżej której moduł transmitancji otwartego układu regulacji jest mniejszy od jedności) układu skorygowanego, ze względu na przyjętą wartość czasu regulacji.
- Wybiera się rodzaj regulatora i rysuje się charakterystykę częstotliwościową układu z regulatorem, spełniającego powyższe warunki.
- Sprawdza się spełnienie powyższych warunków.
- W przypadku, gdy wybrany regulator nie spełnia przyjętych warunków, bez względu na dobór nastaw, wybiera się inny regulator i cała procedura zostaje powtórzona.

c). Pierwsza metoda Zieglera – Nicholasa

Ogólnie obiekty regulacji mogą być podzielone na układy statyczne i astatyczne.

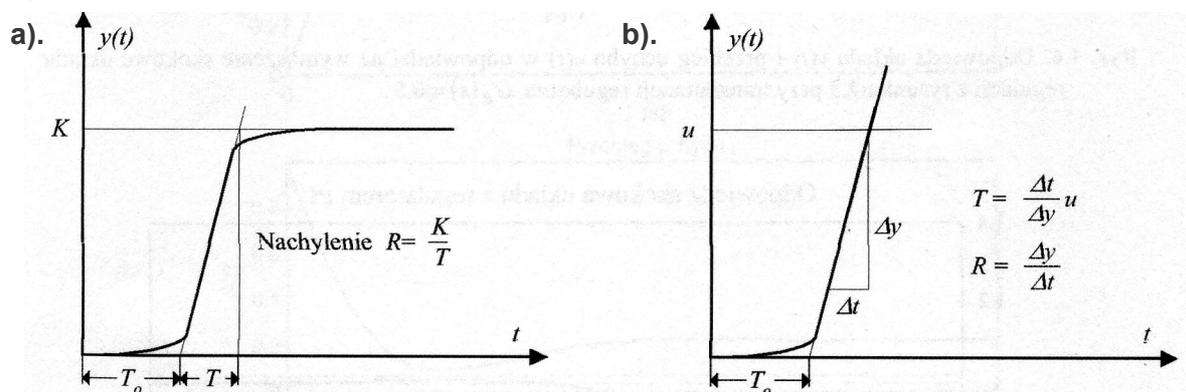
Transmitancję obiektów statycznych można aproksymować transmitancją operatorową postaci:

$$G_0(s) = \frac{K e^{-sT_0}}{Ts + 1} \quad (2)$$

natomiast transmitancję obiektów astatycznych można aproksymować transmitancją operatorową postaci:

$$G_0(s) = \frac{K e^{-sT_0}}{s} = \frac{e^{-sT_0}}{Ts} ; \quad K = \frac{1}{T} \quad (3)$$

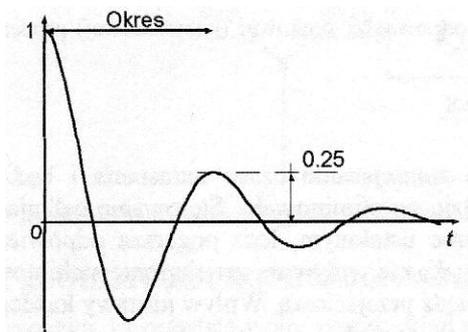
Parametry K , T i T_0 wyznacza się na podstawie odpowiedzi obiektu na jednostkowe wymuszenie skokowe.



Rys. 2. Wyznaczenie parametrów K, T i T_0 : a). obiektu statycznego, b). obiektu astatycznego

Badania Zieglera i Nicholasa pokazały, że odpowiedź skokowa większości układów sterowania ma kształt zbliżony do tego z rys. 2a. Można ją otrzymać z danych eksperymentalnych lub dynamicznej symulacji obiektu.

W pierwszej metodzie Zieglera - Nicholasa wyboru regulatora i jego nastaw opiera się na kwadratowym współczynniku zanikania równym w przybliżeniu 0,25 (rys. 3). Oznacza to, że dominująca składowa przejściowa zanika do jednej czwartej swojej wartości maksymalnej po jednym okresie oscylacji.



Rys. 3. Charakterystyka czasowa kwadratowego współczynnika zanikania

Ziegler i Nichols symulacyjnie badali różne obiekty regulacji i stroili parametry regulatorów, aż do uzyskania odpowiedzi przejściowych zanikających do 25% poprzedniej wartości w jednym okresie. Tym sposobem uzyskali oni konkretne wartości nastaw w zależności od rodzaju regulatora ($a = RT_0$):

- Dla regulatora P: $k_p = \frac{1}{a}$.
- Dla regulatora PI: $k_p = \frac{0,9}{a}$, $T_i = 3T_0$.
- Dla regulatora PID: $k_p = \frac{1,2}{a}$, $T_i = 2T_0$, $T_d = 0,5T_0$.

Pierwsza metoda Zieglera – Nicholisa daje dobre rezultaty, gdy spełniony jest następujący warunek:

$$0,15 < \frac{T_0}{T} < 0,6 \quad (4)$$

d). Druga metoda Zieglera – Nicholisa

Jest to najbardziej znana, eksperymentalna metoda wyboru regulatora i jego nastaw. Sposób postępowania jest następujący:

- Zakłada się, że dany jest obiekt regulacji, którego opis matematyczny nie musi być znany.
- Do obiektu regulacji dołącza się regulator. Wyłącza się całkujące i różniczkujące działanie regulatora (tzn. nastawia się maksymalną wartość stałej czasowej całkowania T_i i minimalną wartość stałej czasowej różniczkowania T_d) i np. dla jednostkowego wymuszenia skokowego, stopniowo zwiększa się współczynnik wzmocnienia k_p regulatora, dochodząc do granicy stabilności.
- W stanie oscylacji nietłumionych mierzy się ich okres T_{osc} . Następnie, otwierając układ regulacji, mierzy się wartość współczynnika wzmocnienia k_{kr} , przy którym te oscylacje występują.
- Otrzymaną wartość k_{kr} dzieli się przez 2 uzyskując tym samym $k_p = 0,5k_{kr}$. Wartość tę przyjmuje się jako docelową.
- Przy określonym rodzaju wymuszenia dokonuje się rejestracji wielkości wyjściowej obiektu w celu zastosowania przyjętego wskaźnika jakości.
- Gdy przebieg wyjściowy nie spełnia stawianych wymagań, wówczas w celu jego poprawy dokonuje się przełączenia regulatora z P na PI lub PID.
- W zależności od rodzaju regulatora należy przyjąć:
 - Dla regulatora P: $k_p = 0,5k_{kr}$.
 - Dla regulatora PI: $k_p = 0,45k_{kr}$, $T_i = \frac{T_{osc}}{1,2}$.
 - Dla regulatora PID: $k_p = 0,6k_{kr}$, $T_i = 0,5T_{osc}$, $T_d = \frac{T_{osc}}{8}$.

Druga metoda Zieglera – Nicholisa oparta jest na wykorzystaniu tylko dwóch parametrów: T_{osc} i k_{kr} , charakteryzujących granicę stabilności danego układu regulacji. Nie jest to zatem metoda bardzo dokładna, ale prosta i zapewniająca stabilną pracę zamkniętego układu regulacji. Zastosowanie tej metody wymaga doprowadzenia układu regulacji do nietłumionych oscylacji, ale nie ma potrzeby identyfikacji dynamiki obiektu regulacji. Metoda ta zapewnia dobre tłumienie

zakłóceń, ale daje mały zapas fazy i duże przeregulowanie dla skokowych zmian wartości zadanej.

e). Inne metody

Wybierając regulator i jego nastawy można to zrobić wykorzystując różne kryteria jakości, np.: 0% przeregulowania, 20% przeregulowania, minimum całki kwadratu uchybu regulacji itp.

Nastawy regulatorów dla obiektów statycznych opisanych zależnością (2) dla trzech kryteriów zostały przedstawione w tabeli 2. Nastawy regulatorów dla obiektów astatycznych opisanych zależnością (3) dla tych samych kryteriów przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 2. Nastawy regulatorów dla obiektów statycznych ($a = RT_0$)

Rodzaj regulatora	Przeregulowanie=0% Minimum czasu reg. t_r			Przeregulowanie=20% Minimum czasu reg. t_r			Min $\int_0^{\infty} e^2(t) dt$		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	0,3/a	–	–	0,7/a	–	–	–	–	–
PI	0,6/a	0,8T ₀ +0,5T	–	0,7/a	T ₀ +0,3T	–	1/a	T ₀ +0,35T	–
PID	0,95/a	2,4T ₀	0,4T ₀	1,2/a	2,0T ₀	0,4T ₀	1,4/a	1,3T ₀	0,5T ₀

Tabela 3. Nastawy regulatorów dla obiektów astatycznych ($b = T/T_0$)

Rodzaj regulatora	Przeregulowanie=0% Minimum czasu reg. t_r			Przeregulowanie=20% Minimum czasu reg. t_r			Min $\int_0^{\infty} e^2(t) dt$		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	0,37b	–	–	0,7b	–	–	–	–	–
PI	0,46b	5,75T ₀	–	0,7b	3,0T ₀	–	1b	4,3T ₀	–
PID	0,65b	5,0T ₀	0,23T ₀	1,1b	2,0T ₀	0,37T ₀	1,36b	1,6T ₀	0,5T ₀

Bibliografia

- Eckman D.P. (1961). Regulacja automatyczna procesów przemysłowych. Wydawnictwa Naukowo – Techniczne.
- Findeisen W. (1969). Technika regulacji automatycznej. Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- Kowal J. (2004). Podstawy automatyki. Tom I. Uczelniane Wydawnictwa Naukowo Techniczne.
- Mazurek J., Vogt H., Żydanowicz W. (2002). Podstawy automatyki. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- Szopliński Z. (1975). Badanie i projektowanie układów regulacji. Metody eksperymentalne i modelowe. Wydawnictwa Naukowo – Techniczne.